

Перестановки на кубе. Паритеты 2-х кубиков

Автор: Григорий Конищев. E-mail: pytlivyj@mail.ru

Краткое описание принципов и кратности перемещений частей куба, а также о специфичных ситуациях при сборке разновидностей **кубиков Рубика**, с алгоритмами и наглядными рисунками. Сборка **Void-кубика**.

По правилам механики вращения любого из кубиков Рубика, начиная с 2x2x2 и до 100x100x100 (большого размера нет смысла рассматривать), на всех из них при выполнении алгоритмов вращения могут быть сделаны только три вида перестановок:

1) так называемый **3-цикл**, т. е. перестановка 3-х рёберных, 3-х угловых или 3-х центральных кубиков по кругу;

2) перестановка **2+2**, т. е. одновременная перестановка 2-х пар рёберных, угловых, центральных кубиков в любой комбинации, причём перестановка 2-х одноимённых пар может быть произведена с помощью двух предыдущих **3-циклов**;

3) перестановка **4-цикл+2**, т. е. циклическая перестановка 4-х кубиков одного из видов + 2 кубика другого вида. Данный вид перестановки является частным случаем, т. к. может быть достигнут последовательными перестановками по пунктам 1) и 2). В чистом виде **4-цикл** может быть только на кубике 2x2x2, если на собранном повернуть любую сторону на 90°. На остальных кубиках бывают только **4-цикл+2** или только **чётное число 4-циклов одновременно**.

Вот три примера для кубика 3x3x3 (международный язык вращения слоёв куба смотри на сайтах <http://cubemir.narod.ru/speedcubing/notation/notation.html> или <http://cubewhiz.com/notation.html>)

а) **U² M² U M² U² S² D' S²** - (1) — два **4-цикла** перестановки угловых кубиков граней U и D;

б) проще: **M** или **S**, или **E** - два **4-цикла** перестановки рёберных и центральных кубиков;

в) ещё проще: **x** или **y**, или **z** - шесть **4-циклов** перестановки рёберных, угловых и центральных кубиков.

Существуют также алгоритмы, при выполнении которых осуществляются одновременно перестановки в любой комбинации случаев 1), 2), 3), или кратные им. Кратность перестановок мы проделываем, не задумываясь о них. Например, когда собираем большие кубики трёхэтапным методом "центры – рёбра – как кубик 3x3x3" на последнем этапе. Пример - перестановка трёх троек рёберных кубиков на кубе 5x5x5 циклически по формуле PLL:

R² U R U R' U' R' U' R' U R' – (2).

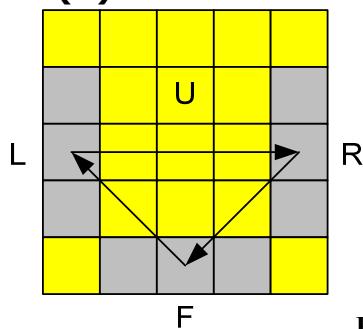


Рис. 1

На самом деле происходит одновременное выполнение трёх **3-циклов**, в которых меняются три тройки рёберных кубиков. И эти три тройки можно поменять каждой своим **3-циклом** (Рис. 2, 3, 4).

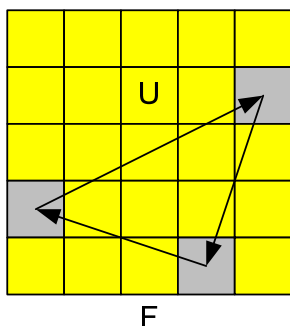


Рис. 2 ($b' R^2 f R' F R f' R' F' R' b$)

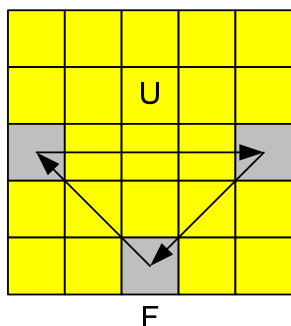


Рис. 3 ($m^2 U' m U^2 m' U' m^2$)

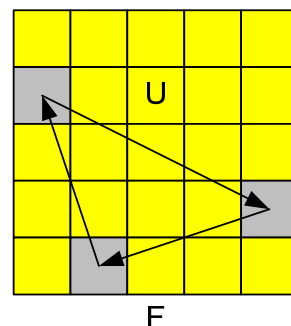


Рис. 4 ($b L' F' L' f' L F L' f L^2 b'$)

где **m** – поворот центрального среднего слоя, параллельного граням L и R.

Но иногда при сборке кубика Рубика возникают такие положения, когда необходимо поменять только два кубика. Как же они возникают?

Для кубика 2x2x2 перестановку 2-х кубиков всегда можно выполнить с помощью **3-цикла** или перестановкой **2+2**. Рассмотрим наглядный пример. Возьмём кубик 2x2x2 и продelaем на нём процессы PLL перестановки двух рёберных кубиков и двух угловых кубиков, как для куба 3x3x3:

$R U R' U' R' F R^2 U' R' U' R U R' F'$ - (3) – «буква T»;

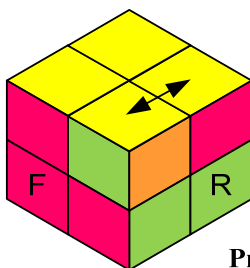


Рис. 5

или **$L' U R' U^2 L U' L' R U R' U^2 L U' R U'$ - (4) – «буква X».**

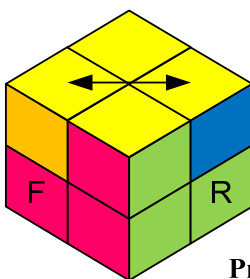


Рис. 6

В обоих случаях получаем на кубике, казалось бы, неразрешимый парадокс 2-х кубиков, но из-за **ОТСУТСТВИЯ РЁБЕРНЫХ И ЦЕНТРАЛЬНЫХ КУБИКОВ**, его не возникает. Стоит только повернуть верхнюю грань на 90° в любую сторону, как сразу становится видно, что после алгоритма (3) для сборки кубика нужно сделать **3-цикл**, а после алгоритма (4) – параллельную перестановку угловых кубиков **2+2**! При сборке куба 3x3x3 таких случаев не возникает. А как же быть с кубами высших порядков, начиная с 4x4x4? При визуальном рассмотрении эти два кубика не подходят ни под один из случаев 1), 2) или 3).

Однако это не так. Раскрыть секрет можно с помощью известной формулы перестановки двух рёберных кубиков для кубика 4x4x4 (Рис. 7):

$r^2 B^2 U^2 l U^2 r' U^2 r U^2 F^2 r F^2 l' B^2 r^2$ - (5).

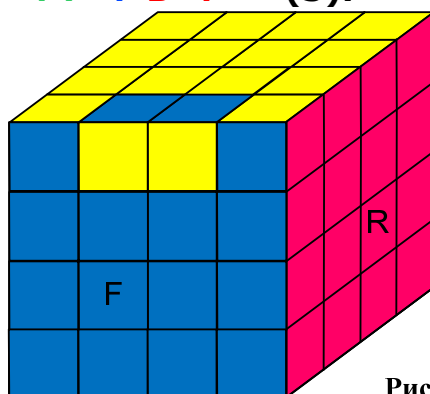


Рис. 7

Заменяем в формуле повороты внутренних слоёв на повороты внешних слоёв:

$R^2 B^2 U^2 L U^2 R' U^2 R U^2 F^2 R F^2 L' B^2 R^2$ - (6).

Выполнив алгоритм (6) на кубике 3x3x3, видим, что произошла перестановка двух угловых и двух рёберных кубиков (L и R на верхнем слое) – перестановка **2+2** (Рис. 8).

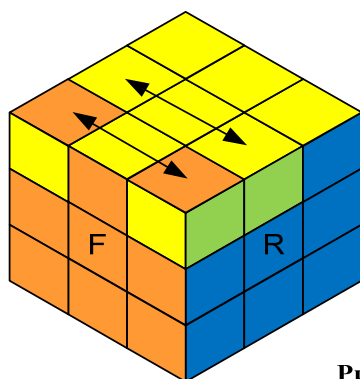


Рис. 8

Затем последовательно выполняя алгоритм (6) на кубиках 4x4x4 ÷ 7x7x7, замечаем, что происходит та же перестановка **2+2**. Только здесь в качестве второй пары выступают рёберные левые и правые кубики цельным ребром (Рис. 9) – они меняются как на последнем этапе сборки больших кубов по принципу сборки кубика 3x3x3.

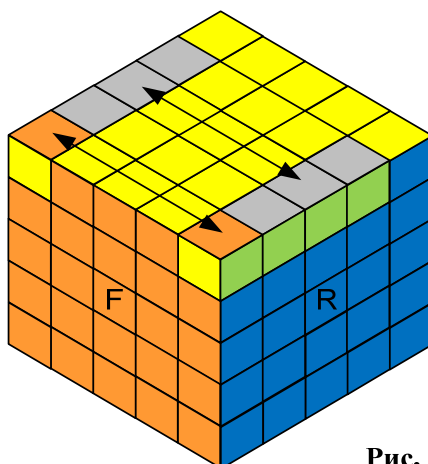


Рис. 9

Теперь выполняем алгоритм (5) на больших кубиках, причём для кубиков 6x6x6 и 7x7x7 можно выполнить три разновидности этого алгоритма, заменяя вращения внутренних слоёв в формуле на **l** и **r**, или **l_м** и **r_м** (Рис. 11), или **(ll_м)** и **(rr_м)**, где символ "м" – обозначение внутреннего слоя, 3-го по счёту начиная от внешнего - "Middle". И в этих случаях происходит перестановка **2+2**, только второй парой здесь меняются центральные кубики – также цельными полосами, лежащими на внутренних слоях, которые участвовали во вращении.

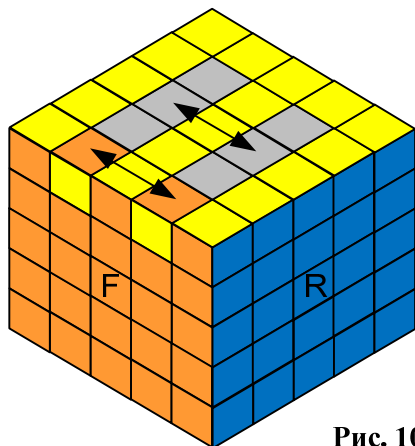


Рис. 10

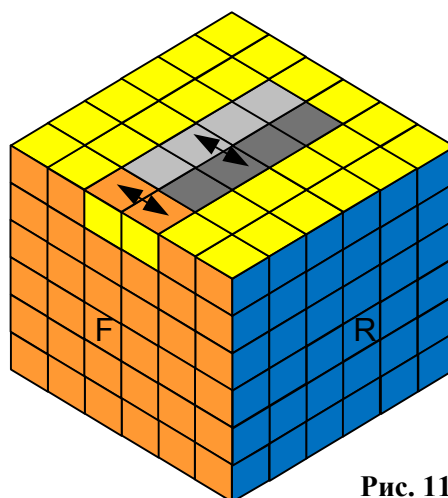


Рис. 11

Для кубиков 6x6x6 и 7x7x7 соответственно, при выполнении алгоритма, когда крутим сразу по два внутренних слоя, меняются центральные кубики цельными полосами **(ll_м)** и **(rr_м)** и рёберные кубики двумя парами **(ll_м)** и **(rr_м)** как одно целое (Рис. 12).

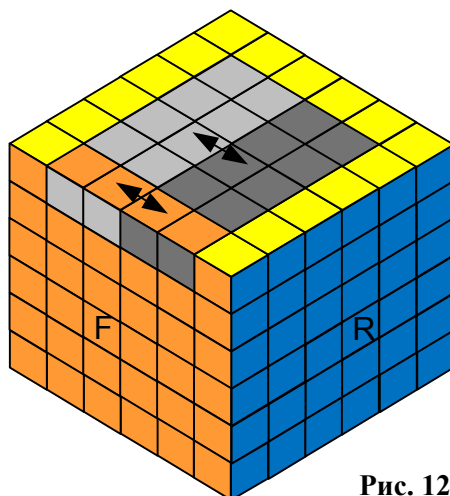


Рис. 12

После выполнения на кубике 4x4x4 с паритетом 2-х кубиков (Рис. 7) формулы разворота верхнего центра на 180°:

$R L U^2 R' L' U R L U^2 R' L' U - (7)$,

остаются только **два рёберных кубика в чистом виде** — это полное совпадение на кубике 4x4x4 операции поворота всей серединки 2x2 на 180° и перестановки местами двух центральных полосок 2x1 (Рис. 13).

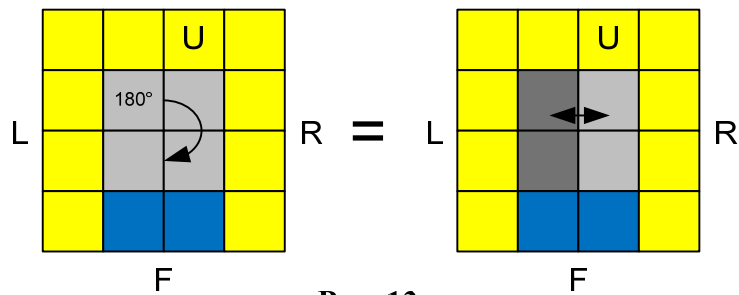


Рис. 13

Например, уже с кубиком 5x5x5 такого не произойдёт. Можно даже будет развернуть на нём только центральный кубик по формуле (7), вращая вместо R, L и U параллельно (Rr), (Ll) и (Uu), всё равно останутся 2 рёберных кубика + 2 центральных кубика (Рис. 14) — перестановка **2+2**.

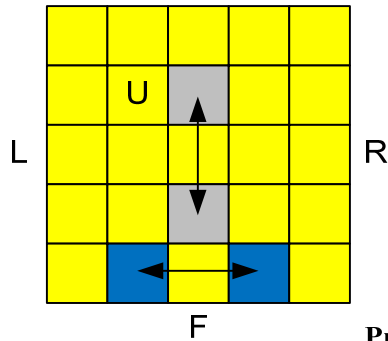


Рис. 14

Данные перестановки очень наглядно видны на кубиках с логотипами или картинками. Если нет таких кубиков, можно проделать следующее. Возьмём малярный скотч – он легко приклеивается, отклеивается и не оставляет после никаких следов – и приклеим маленькие кусочки на каждый центральный кубик выбранной стороны. Пронумеруем их и зарисуем расположение на бумаге. Теперь после выполнения алгоритма видно, какие кубики переставляются и как разворачиваются. Можно также эти перестановки центральных кубиков увидеть и на обычном кубике. Предварительно проделаем на нём следующую перестановку, например, на кубике 4x4x4:

r S' r' S – (8),

где **S** – поворот всех средних слоёв, лежащих между гранями F и B, одновременно (Рис. 15). Теперь не изменяя ориентации граней, выполним перемещения по алгоритму **(5)** – опять та же перестановка **2+2** (Рис. 16).

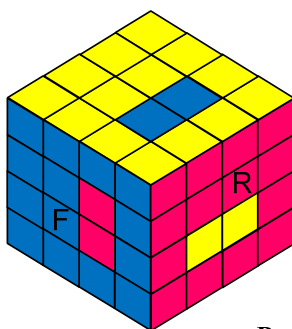


Рис. 15

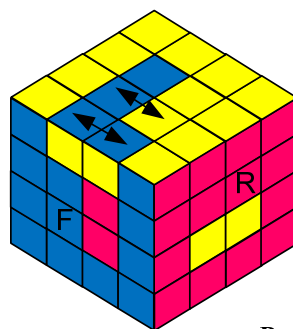


Рис. 16

Все положения, когда визуально нужно поменять местами только два кубика, возникают из-за чётности рёберных, центральных и угловых кубиков или из-за паритетов (от англ. "Parity" - чётность). С паритетами связано ещё три интересных момента:

1) Паритет 2-х рёберных кубиков может получиться на любом кубике, начиная с 4x4x4 и больше. Паритет 2-х угловых кубиков получается только на кубиках с чётным количеством слоёв, а на кубиках с нечётным количеством слоёв с двумя угловыми обязательно будут переставлены местами два серединных рёберных кубика. Паритет 2-х угловых кубиков на кубиках с чётным количеством слоёв устраняем, переставляя попарно бортовые кубики, например, для кубика 4x4x4 (Рис. 17) выполняем алгоритм:

$(Rr)^2 (Ff)^2 U^2 r^2 U^2 (Ff)^2 (Rr)^2 - (9)$.

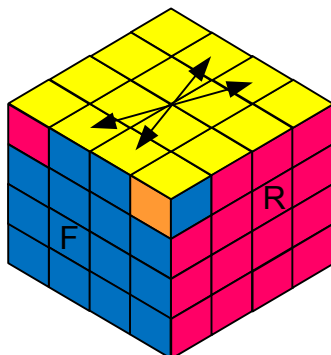


Рис. 17

Далее последний слой собираем привычными формулами OLL и PLL, как для кубика 3x3x3. Аналогично алгоритму (5), для кубика 6x6x6 можно выполнить также три разновидности алгоритма (9), заменяя вместо r и f - r_m и f_m , или (rr_m) и (ff_m) . Алгоритм (9) подходит также и для кубиков 5x5x5 и 7x7x7 для послойного метода сборки или сборки узоров. Только при этом не затрагиваются средние кубики противоположных рёбер F и B верхней грани.

2) Паритет 2-х серединок получается только на больших кубиках с чётным количеством слоёв, когда при сборке серединок граней, **четвёртую по счёту** серединку мы собираем не на своём родном месте. Алгоритм попарного перемещения всех центральных кубиков двух противоположных граней F и B кубика 4x4x4 без разборки остальной части куба (Рис. 18):

$(r^2 E^2)^2 - (10)$,

где E — поворот всех средних слоёв, лежащих между гранями U и D. Для кубика 6x6x6 соответственно вместо r крутим одновременно (rr_m) .

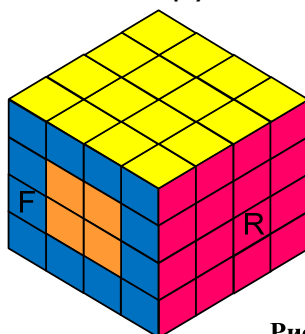


Рис. 18

3) При скоростной сборке больших кубиков трёхэтапным методом "центры - рёбра - как кубик 3x3x3", из-за возникших паритетов меняется

последовательность их устранения. Паритеты на кубиках с нечётным количеством слоёв выявляются и решаются сразу на втором этапе при сборке рёбер. Паритеты же на кубиках с чётным количеством слоёв выявляются только на третьем этапе: паритет серединок - при сборке креста; паритет рёберных кубиков - при сборке последнего (жёлтого) слоя. Кстати, паритет серединок устраняется перестановкой любой из трёх пар противоположных серединок.

Докажем существование паритетов на базе кубика 4x4x4 методом от обратного. Пусть кубик 4x4x4 у нас собран, и разбирать мы его будем не обычным способом, а как кубик 3x3x3, т. е. при разборке не «ломаем» рёбра и центральные кубики. Теперь можно сколь угодно долго запутывать кубик, но при сборке он соберётся как обычный кубик 3x3x3, т. е. без паритетов. Отсюда напрашиваются следующие выводы. Если мысленно представить кубик 4x4x4 с паритетом как кубик 3x3x3, то получится, что кубик 3x3x3 конструктивно неправильно собран из своих деталей. Ведь на нём не могут существовать такие положения, когда только два рёберных, только два угловых, только два центральных кубика поменялись местами или один рёберный кубик развёрнут на 180°. В отличие от кубика 3x3x3, у кубика 4x4x4 все рёбра разрезаны на две части, а серединки на четыре части. Следовательно, появляется возможность перемешивания этих частей, как в рёбрах, так и в серединках. Также появляется возможность выполнения перестановок **2+2**, в которых будут задействованы рёберные, угловые и центральные кубики. Вот откуда берутся эти паритеты, а соответственно, с помощью алгоритмов они устраняются. В больших же нечётных кубиках рёбра и серединки разрезаны на нечётное количество частей, поэтому у среднего кубика рёбра и центрального кубика грани «нет возможности» попарно поменяться с соседними кубиками одного цвета. Кроме того, центральный кубик грани жёстко связан с механизмом вращения. Вот почему при сборке нечётного кубика скоростным методом, мы сразу правильно собираем центральные кубики, а паритеты рёберных сразу бросаются в глаза на этапе сборки рёбер.

Рассмотрим ещё один кубик 3x3x3, разработанный японским изобретателем Кацухико Окамото, под названием **Void-cube** (по-русски буквально "пустой кубик"). Кубик Окамото представляет собой обычный кубик Рубика, но у него нет крестовины и центральных кубиков. Крутится он точно так же, как и обычный кубик, но отсутствие центральных элементов усложняет решение. При сборке последнего слоя на **Void**-кубе могут возникнуть такие положения, когда необходимо поменять местами только два угловых кубика или только два рёберных кубика. Устраняем эти паритеты на **Void**-кубе, например, по следующему алгоритму:

U M' U² · M U M U · M' U' M' — (11).

При этом меняются местами два бортовых кубика F и R верхней грани и четыре мнимых центра граней пояса M против часовой стрелки — **4-цикл+2** – аналогично этим же перестановкам на кубике Рубика (Рис. 19). Далее последний пояс **Void**-куба собираем обычными формулами OLL и PLL.

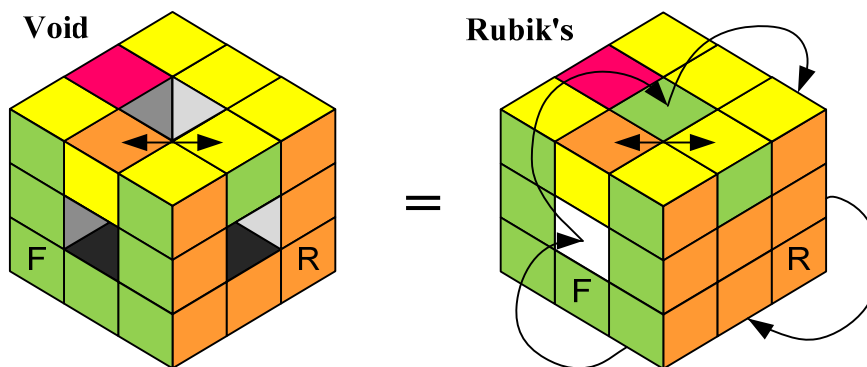


Рис. 19

Вот ещё один пример перестановки **4-цикл+2**. После выполнения алгоритма: **R' F' U F R B U² F' U B' U' F f D' f D f' D' f' U² f D f D' f' D f² r f r' U² r f' r' f F' U' F² D R U R' D' U' F² U² F U** – (12) – визуально меняются два угловых кубика, а также четыре центральных кубика верхней грани «восьмёркой» (Рис. 20).

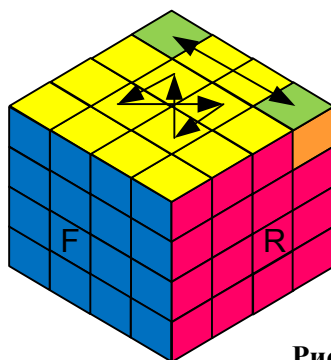


Рис. 20

Данный 48-ходовый алгоритм опубликован в инструкции "Как собрать кубик Рубика 4x4x4" (на сайте <http://www.rubiks.ru/club2.html>) – "Специальная комбинация 2".

Желаем удачи!



www.rubiks.ru